Lineare Funktionen

Eine Funktion mit der Vorschrift

$$f(x) = mx + n$$

mit $m, n \in \mathbb{R}$ heißt **lineare Funktion**. Ihre Graph ist eine **Gerade**, die stets durch den Punkt $(0, n)$ geht. Summand n heißt daher y-**Achsenabschnitt** (klarmachen!), Faktor m heißt **Anstieg** oder **Steigung** der linearen Funktion.

Als Gerade ist der Graph einer linearer Funktion *monoton*. Und zwar wachsend für $m > 0$ und fallend für $m < 0$. Für $m \neq 0$ existiert eine *Nullstelle* x_0. Es gilt

$$x_0 = -\frac{n}{m}.$$

Für spezielle Koeffizienten m und n ergeben sich Sonderfälle:

$m \neq 0, n = 0$	Ursprungsgerade, also eine **Proportionalität**,
$m = 0, n \neq 0$	eine zur x-Achse parallele Gerade,
$m = 1, n = 0$	**Winkelhalbierende des I. und III. Quadranten**.

Eine Gerade ist durch zwei Punkte eindeutig festgelegt (klarmachen!). Zwei Punkte können schnell durch zwei beliebige unterschiedliche Argumente x berechnet werden. Die Wahl von $x = 0$ ist günstig (warum?).
Andererseits kann man den Punkt $(0, n)$ oder irgendeinen anderen Punkt markieren. Von hier aus schreitet man zuerst k Einheiten nach rechts parallel zur x-Achse ab und von dort $m \cdot k$ Einheiten nach oben, falls $m > 0$, bzw. nach unten, falls $m < 0$ ist. Dies legt ein rechtwinkliges **Steigungsdreieck** fest und der Graph verläuft genau durch dessen Eckpunkte entlang der *Hypothenuse*.

Die Vorschrift ist durch m und n eindeutig festgelegt. Für die *Koordinatendifferenzen* zweier Punkte $P(x_P, y_P)$ und $Q(x_Q, y_Q)$ werden allgemein die Symbole Δx und Δy verwendet. Mihilfe dieser Schreibweise gilt für den Anstieg

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}.$$

Der y-Achsenabschnitt n kann zum einen direkt an der y-Achse abgelesen werden oder durch Einsetzen eines Punktes in die Funktionsgleichung mit bereits bekanntem Anstieg berechnet werden.